

**Міністерство освіти і науки України**  
**Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара**  
**Факультет прикладної математики**

**Методичні рекомендації**  
**для самостійної роботи з дисципліни**  
**«Моделі і методи прикладної математики»**

для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти  
за освітньо-наукової програмою «Прикладна математика»  
зі спеціальності 113 Прикладна математика

Дніпро -2020

Наведені загальні відомості, методичні рекомендації для самостійної роботи та самоконтролю знань здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти з дисципліни «Моделі і методи прикладної математики».

Для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти, які навчаються на факультеті прикладної математики ДНУ за освітньо-науковою програмою «Прикладна математика» зі спеціальності 113 Прикладна математика.

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**  
**для самостійної роботи з дисципліни**  
**«Моделі і методи прикладної математики»**

Укладач:

Книш Людмила Іванівна

## ЗМІСТ

1. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ «МОДЕЛІ І МЕТОДИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ».....	4
2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ТЕМ ТА ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	8
3. ПРИКЛАДИ ТЕМ ДЛЯ АНОТОВАНИХ ОГЛЯДІВ.....	13
4. ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	14

# 1. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ «МОДЕЛІ І МЕТОДИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ»

Метою викладання дисципліни «Моделі і методи прикладної математики» для здобувачів вищої освіти рівня PhD спеціальності «Прикладна математика» є узагальнення та поглиблення знань в напрямку створення моделей процесів різної природи, класифікації цих моделей та вибору методів їх розрахунку. Під час викладання дисципліни для студентів PhD значна увага приділяється методам побудови числових розрахункових алгоритмів, їх програмної реалізації, методам верифікації одержаних числових результатів. Структура програми передбачає огляд сучасних тенденцій в моделюванні, загальних підходів до визначення адекватності математичних моделей, формулювання рекомендацій щодо вибору методів розрахунку створених математичних моделей, докладний аналіз переваг та недоліків аналітичного, числового та експериментального методу, визначаються основні етапи кожного з методів.

Програма розроблена з урахуванням тематики наукових досліджень здобувачів вищої освіти, тому в ній багато уваги приділяється підходам до моделювання, які будуть корисні в їх науковій роботі, при створенні математичних моделей конкретних процесів, що вивчаються. В якості тестових розглядаються класичні детерміновані та ймовірнісні моделі прикладної математики, аналізуються підходи до їх складання та розрахунку.

Вивчення дисципліни буде сприяти досягненню таких **компетентностей:**

ЗК 01. Здатність до інтелектуальної творчої діяльності, спрямованої на одержання нових знань, абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ФК 01. Здатність до виявлення актуальних математичних проблем, використання поглиблених знань у галузі прикладної математики, внесення оригінального вкладу в її розвиток.

ФК 02. Здатність до створення адекватних математичних моделей на основі положень наукових теорій та відомостей про об'єкт дослідження.

ФК 03. Здатність досліджувати побудовані математичні моделі та визначати рамки їх застосування.

ФК 04. Здатність обирати раціональні шляхи розв'язання поставлених задач, застосовувати сучасний математичний апарат та комп'ютерні технології.

Наведені компетентності мають забезпечити такі **результати навчання:**

ПР 01. Знати на поглибленому рівні фундаментальні моделі, методи та алгоритми прикладної математики.

ПР 02. Демонструвати впевнене володіння принципами та методологією математичного моделювання

ПР 04. Уміти розробляти методики та обчислювальні алгоритми математичного та комп'ютерного моделювання складних природничих, технічних, економічних і соціальних систем.

ПР 06. Уміти критично аналізувати та оцінювати наявні знання, удосконалювати і розвивати свій інтелектуальний, науковий та загальнокультурний рівень.

ПР 11. Спланувати та реалізувати на практиці оригінальне самостійне наукове дослідження, яке характеризується новизною, теоретичною і практичною цінністю та сприяє розв'язанню актуальних задач прикладної математики.

ПР 15. Уміти проводити навчальні заняття за фаховими дисциплінами, дотримуватися психолого-педагогічних вимог до організації навчального процесу.

- знати на поглибленому рівні фундаментальні моделі, методи та алгоритми прикладної математики;
- демонструвати впевнене володіння принципами та методологією математичного моделювання;
- уміти обґрунтовувати вибір математичної моделі на основі інтелектуального аналізу даних про об'єкт дослідження та наявного спектру моделей;
- уміти розробляти методики та обчислювальні алгоритми математичного та комп'ютерного моделювання складних природничих, технічних, економічних і соціальних систем;
- володіти методологією наукового дослідження, вміти планувати його відповідно меті, обирати оптимальні шляхи і методи розв'язання завдань дослідження.

Зміст дисципліни розкривається у таких темах:

**Тема 1.** Абстрактна та прикладна математика з точки зору методології дослідження. Галузі знань, що є складовими прикладної математики. Огляд та класифікація методів прикладної математики. Основні етапи моделювання. Визначення моделі, шляхи створення моделей. Феноменологічний, дедуктивний та індуктивний методи створення моделей. Приклади.

**Тема 2.** Система «об'єкт – модель» як фундамент наукового світогляду. Дослідницька та робоча модель. Формальна та фізична модель. Формування системи характеристик об'єкта для моделювання та критерії ідентичності моделі реальному об'єкту. Приклади.

**Тема 3.** Адекватність моделі реальному процесу, побічна адекватність. Співвідношення простоти моделі та її адекватності та простоті. Приклади.

**Тема 4.** Правила самоконтролю під час побудови математичної моделі. Приклади.

**Тема 5.** Детерміновані та випадкові процеси та явища. Особливості статистичного моделювання.

**Тема 6.** Проблеми числових методів та шляхи їх подолання. Неконтрольовані похибки, концепції щодо їх мінімізації. Змістовний аналіз розрахункового процесу. Приклади.

**Тема 7.** Експеримент як метод верифікації числових даних. Методи обробки результатів натурних та числових експериментів. Основи теорії подібності та розмірностей. Критерії подібності. Приклади.

**Тема 8.** Аналітичні рішення як форма тестування числових алгоритмів. Приклади побудови аналітичного розв'язку.

**Тема 9.** Статистичний метод на прикладі алгоритму Монте-Карло.

**Тема 10.** Модель «хижак-жертва» та методи її розрахунку

**Тема 11.** Математичні моделі на основі балансових співвідношень. Метод послідовних наближень.

**Тема 12.** Поняття точності, збіжності, апроксимації та стійкості для детермінованих та ймовірнісних моделей.

## 2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ТЕМ ТА ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

**Тема 1.** Абстрактна та прикладна математика з точки зору методології дослідження. Галузі знань, що є складовими прикладної математики. Огляд та класифікація методів прикладної математики. Основні етапи моделювання. Визначення моделі, шляхи створення моделей. Феноменологічний, дедуктивний та індуктивний методи створення моделей. Приклади.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 1.*

1. Історичні та сучасні напрями прикладної математики.
2. Систематизація та класифікація складності наук з точки зору моделювання.
3. Моделі ансамблів. Моделі В. Вольтера.

*Література до теми 1. [1,3,8]*

**Тема 2.** Система «об'єкт – модель» як фундамент наукового світогляду. Дослідницька та робоча модель. Формальна та фізична модель. Формування системи характеристик об'єкта для моделювання та критерії ідентичності моделі реальному об'єкту. Приклади.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 2.*

1. Особливості дослідження робочих моделей.
2. Принцип аналогій. Прикладу дослідницьких аналогій.

*Література до теми 2. [1, 3, 7]*

**Тема 3.** Адекватність моделі реальному процесу, побічна адекватність. Співвідношення простоти моделі та її адекватності та простоті. Приклади.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 3.*

1. Розв'язок задачі Кеплера-Ньютона як приклад протиріччя між точністю числового та аналітичного підходу.



2. Приклад неадекватності моделі при застосуванні класичного рівняння теплопровідності.
3. Послідовне моделювання, ланцюги моделей.
4. Задача про гармонічне збудження автомобельної системи як приклад простої моделі, яка є точнішою за складну.

*Література до теми 3 [1,3, 7, 9,10]*

**Тема 4.** Правила самоконтролю під час побудови математичної моделі.

Приклади.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 4.*

1. Контроль розмірності під час складання моделей. Метод розмірностей.
2. Контроль характеру напряму та швидкості процесу та граничних умов.
3. Контроль екстремальних ситуацій. Числові характеристики випадкових величин.
4. Контроль математичної замкнутості моделі.

*Література до теми 4 [1,3,9,10]*

**Тема 5.** Детерміновані та випадкові процеси та явища. Особливості статистичного моделювання.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 5.*

1. Двовимірне рівняння переносу. Типи рівнянь у часткових похідних в залежності від значення дискримінанту.
2. Типи розподілів випадкових величин, методи їх моделювання.
3. Співвідношення між властивостями ймовірнісної моделі та вибором функції щільності розподілу випадкових величин.

*Література до теми 5 [2,4,6]*

**Тема 6.** Проблеми числових методів та шляхи їх подолання. Неконтрольовані похибки, концепції щодо їх мінімізації. Змістовний аналіз розрахункового процесу. Приклади.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 6.*

1. Систематичні та випадкові помилки. Властивості випадкових помилок.
2. Нормальний закон розподілу випадкових помилок.
3. Визначення числового значення міри точності.

*Література до теми 6 [2,6,8]*

**Тема 7.** Експеримент як метод верифікації числових даних. Методи обробки результатів натурних та числових експериментів. Основи теорії подібності та розмірностей. Критерії подібності. Приклади.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 7.*

1. Теорія подібності як основний інструмент під час проведення експериментальних досліджень.
2. Критерії подібності. Критеріальні рівняння. Пі-теорема.
3. Теореми подібності Ньютона – Бертрана, Федермана – Букингема, Кирпичева – Гухмана.
4. Приведення математичної моделі процесу до безрозмірної форми.

*Література до теми 7 [6,7]*

**Тема 8.** Аналітичні рішення як форма тестування числових алгоритмів. Приклади побудови аналітичних розв'язків.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 8.*

1. Аналітичний розв'язок рівняння параболічного типу методом розподілу змінних.
2. Аналітичний розв'язок рівняння в часткових похідних шляхом переходу до задачі на власні значення.

*Література до теми 8 [1,2,10]*

**Тема 9.** Статистичний метод на прикладі алгоритму Монте-Карло.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 9.*

1. Три визначення ймовірності. Геометричне визначення як основа для числового інтегрування методом Монте-Карло.
2. Приклади задач, розв'язок яких проводиться методом Монте-Карло.
3. Побудова алгоритму Монте-Карло.

*Література до теми 9 [4, 5, 6, 8]*

**Тема 10.** Модель «хижак-жертва» та методи її розрахунку

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 10.*

1. Розв'язання звичайних диференціальних рівнянь в рамках моделі «хижак-жертва».
2. Числові алгоритми розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.

*Література до теми 10 [2,3, 5, 8]*

**Тема 11.** Математичні моделі на основі балансових співвідношень. Метод послідовних наближень.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 11.*

1. Ітераційні методи в практиці моделювання.
2. Числовий розв'язок лінійних та нелінійних задач.

*Література до теми 9 [3, 5, 8]*

**Тема 12.** Поняття точності, збіжності, апроксимації та стійкості для детермінованих та ймовірнісних моделей.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 12.*

1. Умови збіжності ітераційних процесів.
2. Методи апроксимації похідних. Нев'язка.

3. Критерій вибору кількості випробувань для ймовірнісних алгоритмів.

*Література до теми 12 [3,8,9]*

### 3. ТЕМИ ДЛЯ АНОТОВАНИХ ОГЛЯДІВ

1. Загальні властивості моделей.
2. Внутрішня та зовнішня правдоподібність моделей.
3. Подібність та аналогія при моделюванні.
4. Про роль прикидок при складанні математичних моделей.
5. Зв'язок між дискретним та безперервним під час пошуку числового розв'язку.
6. Лінійні та нелінійні моделі. Стаціонарні та нестаціонарні.
7. Моделювання процесів з невизначеною границею.
8. Особливості побудови ймовірнісних моделей.
9. Стійкість розрахункових схем.
10. Апроксимація, інтерполяція, екстраполяція.
11. Механіка як повна система моделей.
12. Побудова моделей на основі рівнянь Нав'є-Стокса.
13. Моделювання на основі стандартних пакетів. ANSYS student versions.
14. Моделі в біотехнологіях.
15. Моделі в хімічних технологіях.
16. Моделі в суспільних науках.
17. Процеси, що моделюються рівняннями гіперболічного типу.
18. Моделі на основі еліптичних рівнянь.
19. Моделі на основі параболічних рівнянь.
20. Моделювання задач типу Стефана.

#### 4. ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

##### *Основна: (Базова)*

1. Хвищун І.О. Програмування і математичне моделювання, Вид-во Ін Юре, 2007, 544 с.
2. Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. Диференційні рівняння та рівняння математичної фізики, Львів, 2012, 362 с.
3. Коробова М., Ляшенко І., Столяр А. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів, Навчальна книга, 2006, 304 с.
4. Кособуцький П.С. Статистичні та Монте-Карло алгоритми моделювання випадкових процесів у макро-і мікросистемах в MathCad, Львівська політехніка, 2014, 412 с.
5. Шпак З. Програмування мовою С, Вид-во Львівська політехніка, 2011, 436 с.
6. О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук, Б. П. Орел, П.І. Штабальок, Теорія ймовірностей та математична статистика, Київ НТУУ «КПІ» 2014, 213 с.
7. Седов Л.И. Методи подобия и размерностей в механике, М., 1977, 440 с.
8. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики, М., 1970, 664 с.
9. Патанкар С. Числовые методы решения задач теплообмена и динамики жидкости, М., 1984, 152 с.
10. Книш Л.І., Русакова Т.І., Клим В.Ю. Моделювання та методи розрахунку процесів тепломасопереносу в трубах и каналах, Дніпро, 2019, 96 с.

##### *Додаткова:*

1. Павловская Т.А. Паскаль. Программирование на языке высокого уровня, С.-П., 2003, 320 с.
2. Книш Л.І., Бучарский В.Л. Символьна математика в технічних розрахунках – Дніпропетровськ, 2006, 32 с.

3. Книш Л.І., Січевий О.В. Лабораторні роботи з курсу «Методи комп'ютерного моделювання» (система Mathematica), Днепропетровск, ДНУ, 2006, 32 с.
4. Книш Л.І. Практикум із курсу «Комп'ютерна математика», Дніпропетровськ, 2007, 36 с.
5. Басов К. Ansys. Справочник пользователя, 2014, 640 с.