

**Міністерство освіти і науки України**  
**Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара**  
**Факультет прикладної математики**

**Методичні рекомендації**  
**для самостійної роботи з дисципліни**  
**«Методи ідентифікації параметрів математичних моделей»**

для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти  
за освітньо-науковою програмою «Прикладна математика»  
зі спеціальності 113 Прикладна математика

Дніпро -2020

Наведені загальні відомості, методичні рекомендації для самостійної роботи та контролю знань здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти з дисципліни «Методи ідентифікації параметрів математичних моделей».

Для здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти, які навчаються на факультеті прикладної математики ДНУ за освітньо-науковою програмою «Прикладна математика» зі спеціальності 113 Прикладна математика.

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**  
**для самостійної роботи з дисципліни**  
**«Методи ідентифікації параметрів математичних моделей»**

Укладач:

Книш Людмила Іванівна

## ЗМІСТ

1. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ «МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ».....	4
2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ТЕМ ТА ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	7
3. ПРИКЛАДИ ТЕМ АНОТОВАНИХ ОГЛЯДІВ.....	11
4. ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	12

# 1. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ «МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ»

Метою викладання дисципліни «Методи ідентифікації параметрів математичних моделей» для здобувачів вищої освіти третього освітньо-наукового рівня спеціальності «Прикладна математика» є узагальнення та поглиблення знань в питаннях ідентифікації об'єкта та його моделі. Під час викладання дисципліни визначаються задачі ідентифікації математичних моделей, початкової настройки параметрів, алгоритми оперативної настройки параметрів, досліджується параметрична чутливість математичних моделей. Під час викладання дисципліни значна увага приділяється етапам побудови математичних моделей, методам апроксимації та ідентифікації її характеристик на кожному з етапів, розглядаються основні числові характеристики випадкових процесів. Структура програми передбачає огляд сучасних тенденцій в моделюванні, загальних підходів до визначення адекватності математичних моделей, їх коректності.

Вивчення дисципліни буде сприяти досягненню таких **компетентностей**:

- здатність до інтелектуальної творчої діяльності, спрямованої на
- одержання нових знань, абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність до проведення самостійних наукових досліджень, виявлення, постановки та розв'язання наукових проблем;
- здатність до створення адекватних математичних моделей на основі положень наукових теорій та відомостей про об'єкт дослідження;
- здатність досліджувати побудовані математичні моделі та визначати рамки їх застосування;

- здатність застосовувати математичні моделі для дослідження складних процесів у природничих, технічних, економічних і соціальних системах;
- здатність аналізувати одержані результати, надавати їх інтерпретацію та визначати межі придатності.

Наведені компетентності мають забезпечити такі **результати навчання:**

- знати на поглибленому рівні фундаментальні моделі, методи та алгоритми прикладної математики;
- демонструвати впевнене володіння принципами та методологією математичного моделювання;
- уміти обґрунтовувати вибір математичної моделі на основі інтелектуального аналізу даних про об'єкт дослідження та наявного спектру моделей;
- уміти розробляти методики та обчислювальні алгоритми математичного та комп'ютерного моделювання складних природничих, технічних, економічних і соціальних систем;
- володіти методологією наукового дослідження, вміти планувати його відповідно меті, обирати оптимальні шляхи і методи розв'язання завдань дослідження.

Зміст дисципліни розкривається у таких темах:

**Тема 1.** Загальні відомості про моделювання та ідентифікацію. Математичний опис об'єктів та процесів. Загальна класифікація моделей. Визначення поняття ідентифікації.

**Тема 2.** Задачі початкової настройки параметрів. Методи і алгоритми регуляризації розв'язку обернених задач. Аналіз адекватності моделей та ефективності числових методів настройки параметрів.

**Тема 3.** Алгоритми оперативної настройки параметрів математичної моделі.

**Тема 4.** Методи кореляційного аналізу ідентифікації об'єктів. Побудова емпіричної лінії регресії. Оцінка зв'язку між параметрами.

**Тема 5.** Методи регресійного аналізу ідентифікації об'єктів. Метод найменших квадратів. Апроксимація експериментальних даних засобами системи MATLAB та Mathematica

**Тема 6.** Задачі та методи дослідження параметричної чутливості математичних моделей.

**Тема 7.** Ідентифікація багатовимірною об'єкта. Апроксимація за методом Брандона.

**Тема 8.** Натурний експеримент для розв'язання задач початкової настройки. Оптимізація натурального експерименту по основним параметрам.

**Тема 9.** Параметрична чутливість та оптимальний експеримент для процесів з невизначеною границею. Методи пошуку невизначеної границі.

**Тема 10.** Ймовірнісні характеристики процесу. Алгоритми імітаційного моделювання.

## 2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ТЕМ ТА ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

**Тема 1.** Загальні відомості про моделювання та ідентифікацію. Математичний опис об'єктів та процесів. Загальна класифікація моделей. Визначення поняття ідентифікації.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 1.*

1. Прямі та обернені задачі. Різновиди задач з точки зору методів ідентифікації.
2. Особливості застосування методів ідентифікації під час аналітичного, числового та експериментального дослідження процесів та явищ.
3. Задачі ідентифікації систем з розподіленими та зосередженими параметрами.

*Література до теми 1. [1,2]*

**Тема 2.** Задачі початкової настройки параметрів. Методи і алгоритми регуляризації розв'язку обернених задач. Аналіз адекватності моделей та ефективності числових методів настройки параметрів.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 2.*

1. Систематичні та випадкові помилки. Методи усунення систематичних помилок. Властивості випадкових помилок.
2. Інтегральний та диференціальний закон розподілу помилок.
3. Три визначення ймовірності з точки зору застосування в методах ідентифікації.

*Література до теми 2 [1, 2, 3, 4]*

**Тема 3.** Алгоритми оперативної настройки параметрів математичної моделі.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 3.*

1. Асимптотичні ймовірнісні формули, що застосовуються при ідентифікації математичних моделей

2. Випадкові величини, алгоритми їх генерації різними програмними засобами.
3. Дискретні та неперервні випадкові величини. Інтегральні та диференціальні закони розподілу для дискретних та неперервних випадкових величин.
4. Властивості функцій розподілу.

*Література до теми 3 [1,2,3,4]*

**Тема 4.** Методи кореляційного аналізу ідентифікації об'єктів. Побудова емпіричної лінії регресії. Оцінка зв'язку між параметрами.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 4.*

1. Диференціальні закони розподілу випадкових величин. Геометричний зміст для неперервних та дискретних випадкових величин.
2. Інтегральний та диференціальний закони рівномірного розподілу в методах кореляційного аналізу ідентифікації об'єктів.
3. Числові характеристики випадкових величин. Властивості математичного очікування та дисперсії.
4. Зв'язок між параметрами в законі розподілу Коши.
5. Закон розподілу арксинусу.
6. Типи біноміальних розподілів.

*Література до теми 4 [2,3,5]*

**Тема 5.** Методи регресійного аналізу ідентифікації об'єктів. Метод найменших квадратів. Апроксимація експериментальних даних засобами системи MATLAB та Mathematica

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 5.*

1. Нормальний закон розподілу як підґрунтя для формулювання принципу найменших квадратів.
2. Постулат Гауса.

3. Числові характеристики випадкових величин. Властивості математичного очікування та дисперсії. Зміст математичного очікування та дисперсії в нормальному розподілі.
4. Визначення міри точності. Теорема Байеса та наслідок з теореми Байеса.
5. Геометричний зміст того, що випадкова величина задовольняє нормальному розподілу. Правило трьох сігм.

*Література до теми 5 [1,3, 8]*

**Тема 6.** Задачі та методи дослідження параметричної чутливості математичних моделей.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 6.*

1. Застосування експоненціального розподілу під час визначення параметричної чутливості математичних моделей.
2. Особливості застосування розподілу Стьюдента.
3. Розподіл Релея.
4. Перевірка чутливості моделі з  $\chi^2$ -квадрат розподілом.

*Література до теми 6 [3,4,5]*

**Тема 7.** Ідентифікація багатовимірного об'єкта. Апроксимація за методом Брандона.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 7.*

1. Багатовимірна інтерполяція як частковий випадок багатовимірної апроксимації. Локальна та глобальна багатовимірна інтерполяція.
2. Розподіл Максвелла.

*Література до теми 7 [1,2, 4,8]*

**Тема 8.** Натурний експеримент для розв'язання задач початкової настройки. Оптимізація натурального експерименту по основним параметрам.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 8.*

1. Теорія подібності як основний інструмент під час проведення експериментальних досліджень.
2. Критерії подібності. Критеріальні рівняння. Пі-теорема.
3. Теореми подібності Ньютона – Бертрана, Федермана – Букингема, Кирпичева – Гухмана.
4. Приведення математичної моделі процесу до безрозмірної форми.

*Література до теми 8 [3,6,7]*

**Тема 9.** Параметрична чутливість та оптимальний експеримент для процесів з невизначеною границею. Методи пошуку невизначеної границі.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 9.*

1. Задача Стефана як приклад моделі з невизначеною границею.
2. Принцип застосування методу Mushy layer для аналізу процесів з невизначеною границею.
3. Методи «полювання» за невизначеною границею.

*Література до теми 9 [1, 2, 3, 6]*

**Тема 10.** Ймовірнісні характеристики процесу. Алгоритми імітаційного моделювання.

*Питання до самостійного вивчення та самоконтролю за темою 10.*

1. Моделювання нормальних випадкових величин на основі центральної граничної теореми.
2. Моделювання нормальних випадкових величин методом полярних координат.
3. Метод оберненого перетворення для строго зростаючої функції.
4. Метод оберненого перетворення для спадної функції. Супремум та інфімум. Мажоранта та міноранта.

*Література до теми 9 [3,4,6]*

### 3. ПРИКЛАДИ ТЕМ АНОТОВАНИХ ОГЛЯДІВ

1. Дослідження систем з розподіленими та зосередженими параметрами.
2. Задачі початкової настройки параметрів.
3. Методи і алгоритми регуляризації розв'язку обернених задач.
4. Алгоритми оперативної настройки параметрів.
5. Інтегральні та диференціальні закони розподілу для дискретних та неперервних випадкових величин.
6. Вибір функцій розподілу для опису випадкових процесів.
7. Числові алгоритми для моделювання випадкових величин за вибраним розподілом.
8. Систематичні та випадкові помилки. Закон розподілу помилок. Міра точності.
9. Зв'язок між принципом найменших квадратів та законом нормального розподілу.
10. Побудова узагальнених моделей методом теорії подібності.

#### 4. ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

##### **Основна:** (Базова)

1. Коваль А.В. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів. Навчальний посібник, Житомир, 2018, 133с.
2. Букетов А.В. Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів та систем: навчальний посібник / Букетов А.В. – Тернопіль: СМП „Тайп“. – 2009. – 260 с.
3. Хвищун І.О. Програмування і математичне моделювання, Вид-во Ін Юре, 2007, 544 с.
4. О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук, Б. П. Орел, П.І. Штабальок, Теорія ймовірностей та математична статистика, Київ НТУУ «КПІ» 2014, 213 с.
5. Кособуцький П.С. Статистичні та Монте-Карло алгоритми моделювання випадкових процесів у макро-і мікросистемах в MathCad, Львівська політехніка, 2014, 412 с.
6. Седов Л.И. Методи теории подобия и размерностей в механике, М, 1977, 440 с.
7. Книш Л.І., Русакова Т.І., Клим В.Ю. Моделювання та методи розрахунку процесів тепломасопереносу в трубах и каналах. – Дніпро, РВВ ДНУ, 2019. – 96 стр.
8. Книш Л.І., Січевий О.В. Лабораторні роботи з курсу «Методи комп'ютерного моделювання» (система Mathematica) – Днепропетровск, ДНУ, 2006. – 32 стр.

##### **Додаткова:**

1. Павловская Т.А. Паскаль. Программирование на языке высокого уровня. / Т.А. Павловская – С.-П., 2003 – 320 стр.
2. Штовба С.Д., Мазуренко В.В. Інтелектуальні технології ідентифікації залежностей. Лабораторний практикум : електронний навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2014. 113 с.

3. Книш Л.І., Бучарский В.Л. Символьна математика в технічних розрахунках – Дніпропетровськ, 2006. – 32 стр.
4. Книш Л.І. Практикум із курсу «Комп'ютерна математика». – Дніпропетровськ, 2007. – 36 стр.